

Варіант 1

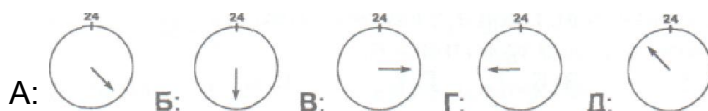
8 клас

I частина містить 5 завдань у тестовій формі. За кожне виконане завдання нараховується 0-2 бали. Загальна кількість балів – 10.

II частина містить 4 завдання з відкритою відповіддю. За кожне виконане завдання нараховується 0-5 балів. Загальна кількість балів – 20.

Максимальна сума балів – 30. Час виконання завдання – 3 астрономічні год.

1. Циферблат годинника кенгуру розділено на 24 частини, на відміну від звичайного циферблата, який поділено на 12 частин. Це означає, що маленька стрілка робить за добу лише один повний оберт. Де буде мала стрілка годинника кенгуру о 6 годині вечора?



2. На конверт потрібно наклеїти марки по 4 коп. і 9 коп. Загальна вартість конвертів становить 35 коп. Скільки потрібно взяти марок по 4 коп.?

А: 1 Б: 2 В: 3 Г: 4 Д: 5

3. У квадраті ABCD точка M є серединою відрізка AB. Знайти площу квадрата ABCD, якщо площа затемненої частини дорівнює 7 см^2 ?

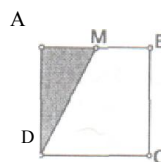
А: 14 см^2

Б: 21 см^2

В: 25 см^2

Г: 28 см^2

Д: 36 см^2



4. Собака в 9 разів важчий від котика, мишка у 20 разів легша від котика, а ріпка в 6 разів важча від мишки. У скільки разів собака є важчим від ріпки?

А: 30 Б: 2,7 В: 1080 Г: 15 Д: собака є легший від ріпки

5. Квадратний листок паперу розміром $10 \text{ см} \times 10 \text{ см}$ розрізали на квадратики площею 25 см^2 . Кожен утворений квадрат розрізали на два трикутники. Скільки трикутників ми отримали?

А: 5

Б: 8

В: 9

Г: 16

Д: 21

6. Розкладіть на множники

$$x^2 - 6x + 8$$

7. В одного чоловіка спитали: «Скільки вам років?». Він відповів так: «10 років тому я був у 4 рази старший за свого сина, а через 10 років я буду лише вдвічі старший за нього». Скільки років цій людині зараз? Відповідь обґрунтувати.

8. Побудуйте графік функції

$$y = (x - x^2) / |x|$$

9. В $\triangle ABC$ бісектриса $AE = EC$. Знайти кути $\triangle ABC$, якщо $AC = 2AB$.

Варіант 2

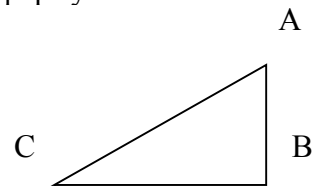
8 клас

I частина містить 5 завдань у тестовій формі. За кожне виконане завдання нараховується 0-2 бали. Загальна кількість балів – 10.

II частина містить 4 завдання з відкритою відповіддю. За кожне виконане завдання нараховується 0-5 балів. Загальна кількість балів – 20.

Максимальна сума балів – 30. Час виконання завдання – 3 астрономічні год.

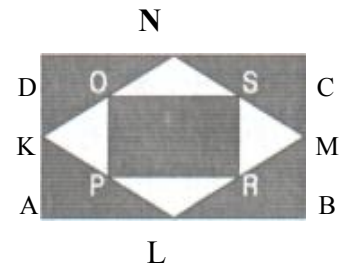
1. У тебе є аркуш паперу в формі прямокутного трикутника зі сторонами 3, 4, 5. Якщо ти складеш цей трикутник по прямій лінії так, щоб С було на В, а тоді зробиш те ж саме так, щоб А було на В, ти отримаєш форму:



- А:** квадрата **Б:** прямокутника
В: п'ятикутника **Г:** неправильного шестикутника **Д:** ромба

2. Завданням Романа було запакувати голубі і червоні грашкові кенгуру по 5 у кожен коробку. Якби у нього було 178 іграшок одного кольору і 121 іграшка іншого кольору, скільки коробок було б йому потрібно, щоб всіх їх запакувати, не переплутавши кольорів?
А: 150 **Б:** 299 **В:** 59 **Г:** 60 **Д:** 61
3. В Антона однокласників на 7 більше, ніж однокласниць. У його класі хлопців вдвічі більше, ніж дівчат. Скільки однокласниць у Антонової однокласниці Марійки?
А: 5 **Б:** 7 **В:** 8 **Г:** 9 **Д:** 10

4. На малюнку точки К, L, M, N є серединами сторін прямокутника ABCD. Аналогічно, точки O, P, R, S є серединами сторін ромба KLMN. Яка частина площі прямокутника ABCD замальована?
А: 3/5 **Б:** 2/3 **В:** 5/6 **Г:** 3/4 **Д:** 2/7



5. В одному місяці три неділі припадають на парні числа. Який день тижня припадає на 20-те число цього місяця?
А: понеділок **Б:** вівторок **В:** середа **Г:** четвер **Д:** субота
6. Знайти число
 $7993 \cdot 7991 - 2009 \cdot 200$
7. Знайдіть такі три натуральних числа, сума яких дорівнює 9999, сума двох перших мінус третє дорівнює 2009, а різниця між першим і сумою другого й третього є мінімально можливим за таких умов чотирицифровим числом.
8. Побудуйте ГМТ, яке задовольняє рівнянню $|x| - |y| = 4$
9. На стороні AC рівностороннього трикутника ABC обрано точку M, а на продовженні сторони BC за вершину C – точку N, таким чином, що $BM = MN$. Доведіть, що $AM = CN$.

Відповіді.

I варіант

1 – Г

2 – Б

3 – Г

4 – Г

5 – Б

6 – Відповідь: $(x-2)(x+4)$

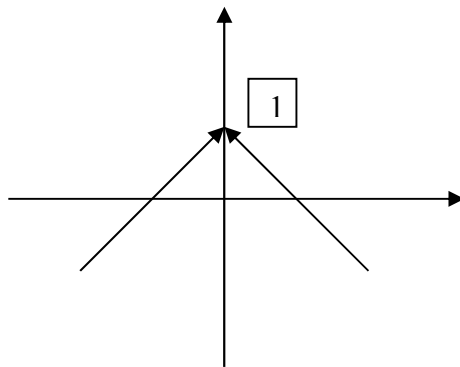
Розв'язання: $x^2 6x + 8 = (x^2 6x + 9) - 1 = (x3)^2 - 1 = (x3+1)(x3-1) = (x2)(x4)$

7 – Відповідь: **50 років**

Розв'язання: якщо батькові x років, а синові y , то можна скласти систему

рівнянь: $\begin{cases} x+10=4(y+10) \\ x+10=2(y+10) \end{cases}$

8 –



9 – Відповідь: **90°, 60°, 30°.**

Розв'язання: Проведемо $ED \perp AC$. Тоді $AD=DC=AB$ і $\triangle ABE = \triangle ADE$ за першою ознакою, звідси $\angle ABC = 90^\circ$. Далі, оскільки $AC = 2AB$, то $\angle BCA = 30^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$.

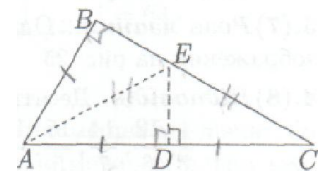


Рис. 26

II варіант

1 – В

2 – В

3 – А

4 – В

5 – В

6 – Відповідь: **79840000**

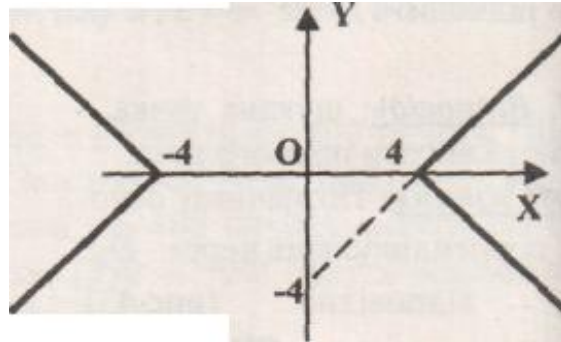
Розв'язання: При $(7992 + 1)(7992 - 1) - (2008 + 1)(2008 - 1) = (7992^2 - 1) - (2008^2 - 1) = (7992^2 - 2008^2) = (7992 - 2008)(7992 + 2008) = 7984 \cdot 10000 = 79840000$.

7 – Відповідь: **5500, 504 та 3995.**

Розв'язання: Позначимо числа x, y, z . Як відомо, найменшим можливим чотирицифровим числом є 1000. Ми одержимо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} x + y + z = 9999, \\ |x + y - z = 2009, \\ |x - y - z = 1000. \end{cases}$$

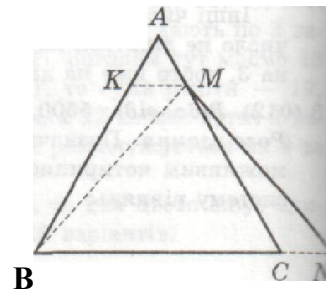
8 – Відповідь:



9 – Розв'язання: Проведемо відрізок MK паралельно стороні BC , де точка K лежить на стороні AB (рис.).

Очевидно, що $\triangle AKM$ теж рівносторонній, бо всі кути його по 60° .

Покажемо, що $\triangle BMK = \triangle MCN$ за стороною та двома кутами. Дійсно, за умовою $BM = MN$, $\angle BKM = \angle MCN = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. Крім того, $\angle MBC = \angle BMK$ (як кути, що утворюються при перетині паралельних прямих третьою прямою), а також $\angle MBC = \angle MNB$ (як кути при основі рівнобедреного $\triangle BMN$), тому й треті кути трикутників $\triangle BMK$ і $\triangle MCN$ також збігаються. Отже $CN = KM = AM$, що и треба було довести.



Завдання шкільної олімпіади з математики

5 клас

1. Сім гномів зібрали 28 грибів. Причому усі вони зібрали різну кількість грибів, и не було жодного порожнього кошику. Скільки грибів зібрав кожній гном?
2. Знайдіть цифри, які при виконанні дії додавання відповідають літерам.

$$\begin{array}{r} a \ b \ v \ z \\ a \ b \ v \\ + \ a \ b \\ \hline \quad \quad \quad a \\ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \end{array}$$

3. Як вишикувати 16 учнів у три ряди, щоб у кожному ряду їх було порівну?
4. Вік старого Хоттабича записується різними цифрами. Про це число відомо, що: 1) якщо першу та останню цифри закреслити, то дістанемо двозначне число, яке при сумі цифр 13 є найбільшим; 2) перша цифра більша за останню в 4 рази. Скільки років старому Хоттабичу?

6 клас

1. Кошик наповнили яблуками. Якщо їх виймати по 2, по 3, по 4, по 5 чи по 6, то в кошику залишатиметься щоразу по одному яблуку. Скільки яблук у кошику, якщо він може вмістити не більше 100 яблук? *(7 балів)*

2. Богдан задумав ціле число. Микола помножив його чи то на 5, чи то на 6. Іван додав до Миколиного результату чи то 5, чи то 6. Андрій відняв від отриманого числа чи то 5, чи то 6. В результаті отримали 73. Яке число задумав Богдан? *(7 балів)*

3. Бідон місткістю 10л заповнено молоком. Як перелити з нього 5л молока в семилітровий бідон, використовуючи порожній трилітровий бідон? *(7 балів)*

4. Знайти всі пари натуральних чисел $(x; y)$, для яких $x \cdot y = 16200$, а $НСК(x; y) = 540$. *(7 балів)*

7клас

1) Скільки коренів має рівняння: $0x+1=0$?

а) два б) один в) жодного г) безліч

2) Із 24 кг свіжих слив отримують 8 кг сушених. Скільки сушених слив отримають із 36 кг свіжих?

а) 24кг б) 9кг в) 16кг г) 12кг

3) Знайти корінь рівняння: $Ix-4I=-2$:

а) 2 б) немає коренів в) 6

4) Хлопчик ліг спати в 7 годині вечора і поставив будильник та, щоб він пролунав о 9 годині ранку. Скільки годин проспять хлопчик?

а) 14год. б) 10 год. в) 2год.

5) Олексій, Богдан і Стас разом купили палатку. Стас заплатив 60% від її ціни, Олексій 40% від суми, що залишилась, а Богдан – решту 30 доларів. Скільки коштувала палатка?

6) Вася склав куб з 27 кубиків, а потім пофарбував його поверхню в синій колір. Потім Петро забрав всі кубики, у яких були пофарбовані хоча б дві грані. Скільки кубиків взяв собі Петро?

7) Розв'язати рівняння: $I5x- I2+xI I -3 =12$

8) Прямі АВ і СК перетинаються в точці О. Знайти кут між бісектрисами кутів АОС і ВОС.

8 клас

- 1) Найбільша хорда кола дорівнює 14см. Чому дорівнює площа цього кола?
а) 196π б) 49π в) 14π г) 28π
- 2) Розв'язати рівняння: $x^2 + 9 = 0$
а) немає коренів б) $3i$ в) 3 г) -3
- 3) Скількома нулями закінчується добуток усіх натуральних чисел від 1 до 100?
а) 24 б) 32 в) 11 г) 18
- 4) Зайці розпилюють колоду. Вони зробили 10 розпилів. Скільки чурбачків утворилось?
а) 10 б) 11 в) 20 г) 9

-
- 5) Знючи, що $x + 3y = 8$ знайти $(2x - 6y) : (0,25x^2 - 2,25y^2)$
- 6) Ціна квитка на стадіон була 200 грн. Після зниження цін на квитки, кількість глядачів на стадіоні збільшилася на 50%, а виручка з проданих квитків збільшилася на 14%. Скільки став коштувати квиток на стадіон після зниження ціни?
- 7) ABCD - квадрат, AD = BE = CE. Знайдіть кут AED.

9 клас

1) У прямокутному рівнобедреному трикутнику гіпотенуза дорівнює $4\sqrt{2}$ см. Знайти катет.

а) $2\sqrt{2}$ см; б) 4 см; в) 2 см; г) $\sqrt{2}$ см.

2) Знайти центральний кут, якщо відповідна йому дуга становить $\frac{1}{3}$ кола.

а) 120° б) 60° в) 90° г) 30°

3) Чому дорівнює сума коренів квадратного рівняння $x^2 + 9x - 5 = 0$?

а) 9 б) 5 в) -9 г) -5

4) Обчислити значення виразу $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 + 2\sqrt{15}$

а) 8 б) $2 + 4\sqrt{15}$ в) $8 + 4\sqrt{15}$ г) 2

5) Розв'язати рівняння: $(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2})(x^2 - 3x) = 0$

6) Основи прямокутної трапеції дорівнюють 9 см і 5 см, а діагональ ділить навпіл її гострий кут. Знайти площу трапеції,

7) Знайти область визначення функції: $y = \sqrt{x+5} + \frac{x-7}{x^2-4}$

8 клас

1. Довести, що $2003^{2002}+8$ не може бути квадратом будь-якого числа.
2. Знайти всі цілі значення a при яких дріб $\frac{a^3+1}{a-1}$ приймає цілі значення.
3. Обчислити: $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+4}$.
4. Додатні числа a, b, c такі, що $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{a+c} = \frac{c}{a+b}$. Довести, що $\frac{(a+b)^3}{c^3} + \frac{(b+c)^3}{a^3} + \frac{(c+a)^3}{b^3} = 24$.
5. Розв'язати рівняння в натуральних числах $x+y+z=xyz$.
6. Розв'язати рівняння: $x^2-4x+y^2+6y+13=0$.
7. Побудувати графік рівняння: $\sqrt{|y|} = \frac{x}{|x|}$.
8. Довести, що m^3-n ділиться на 6, якщо n – ціле число.
9. Сума цифр тризначного числа дорівнює 7. Довести, що число ділиться на 7 тоді і тільки тоді, коли рівні цифри його десятків і одиниць.
10. Розв'язати систему
11. На столі лежать три однакові ящики. В одному з них лежить дві чорні кульки, у другому – чорна і біла, у третьому – дві білі. На ящиках зроблено підписи: "Дві білі", "Дві чорні", "Чорна і біла". Відомо, що ні один із підписів не відповідає дійсності. Як, вийнявши тільки одну кульку, визначити, де лежать які кульки.
12. На дні озера б'ють з постійною потужністю джерела. Стадо з 12 слонів випиває озеро за 4 хвилини, а стадо з 9 слонів – за 6 хвилин. Певного дня до озера підійшло 6 слонів. За скільки хвилин вони вип'ють всю воду з цього озера? (Об'єм води в озері на початку водопою є завжди одним і тим же).
13. Побудувати трикутник найменшого периметра, якщо дано його основу і пряму, на якій лежить вершина.

Завдання
I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики
8 клас

Частина 1. Завдання 1-5 мають по 5 варіантів відповідей, з яких правильна тільки ОДНА. Позначте у бланку відповідей хрестиком (×) правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Вік людини у 1999 році дорівнював сумі цифр його року народження. Визначте, чому дорівнює сума цифр числа, що дорівнює його віку.

А	Б	В	Г	Д
3	4	5	6	7

2. У Наталки 5 олівців, а у Андрійка менше, ніж у Наталки, а їхня старша сестра має стільки олівців, скільки Наталка й Андрійко разом. Визначте, скільки олівців разом можуть мати Наталка й Андрійко.

А	Б	В	Г	Д
8 олівців	11 олівців	13 олівців	14 олівців	20 олівців

3. Точки A , B , C і D ділять коло на дуги так, що дуги AB , BC , CD і AD відносяться як 2:3:5:8. Знайдіть кут між прямими AB і CD .

А	Б	В	Г	Д
40°	50°	60°	70°	120°

4. Визначте, на скільки відсотків збільшиться площа квадрата, якщо периметр його збільшити на 10%.

А	Б	В	Г	Д
6,25%	10%	21%	40%	100%

5. Сплавили 2 кг залізної руди, що містить 40% заліза і 3 кг залізної руди, що містить 20% заліза. Знайдіть відсотковий вміст заліза в отриманому сплаві.

А	Б	В	Г	Д
30%	28%	32%	25%	35%

Частина 2. Завдання 6-7 розв'яжіть на чернетці. Отриману відповідь запишіть у відведеному місці.

6. Школяр купив книжку, ручку і пенал. Якби книжка коштувала у 5 разів дешевше, ручка – у 2 рази дешевше, а пенал – у 2,5 рази дешевше, ніж насправді, то покупка коштувала б 8 умовних грошових одиниць. Якби книжка коштувала у 2 рази дешевше, ручка – у 4 рази дешевше, а пенал – у 3 рази дешевше, то покупка коштувала б 12 ум. гр. од. Визначте, скільки коштує покупка.

Відповідь. _____

7. Визначити кути рівнобедреного трикутника, якщо відомо, що його можна розрізати на дві частини, кожна з яких є теж рівнобедреним трикутником.

Відповідь. _____

Частина 3. Завдання 8-10 розв'яжіть з повним обґрунтуванням та описом ходу міркувань.

8. Розв'яжіть в цілих числах рівняння $xу = x + у$.

9. В трикутнику ABC кут BAC дорівнює 45° . На стороні AC взяли точку P так, що $AP:PC=1:2$ і кут BPC дорівнює 60° . Знайти кут ACB .

10. Мишка гризе куб сиру, складений із 27 малих кубиків. З'ївши один кубик, мишка переходить до сусіднього з ним через спільну грань. Чи може мишка таким способом з'їсти, крім центрального кубика, весь куб?

Завдання

I етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики 2014/2015 н.р.

9 клас

Частина 1. Завдання 1-5 мають по 5 варіантів відповідей, з яких правильна тільки ОДНА. Позначте у бланку відповідей хрестиком (×) правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Розв'яжіть рівняння: $x^2 + (\sqrt{x})^2 - 2 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
1	1; -1	1; -2	-1; 2	-2

2. Визначте, яке найменше число клітин на дошці 7×7 можна зафарбувати так, щоб у будь-якому квадраті 2×2 була зафарбована клітка.

А	Б	В	Г	Д
7	9	16	12	13

3. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 24 см, а радіус кола, описаного навколо нього – 13 см. Знайдіть бічну сторону трикутника.

А	Б	В	Г	Д
$12\sqrt{2}$ см	40см	16см	$6\sqrt{13}$ см	18см

4. Змішали 100 мл 10%-го розчину соляної кислоти та 400 мл 20%-го розчину соляної кислоти. Знайдіть концентрацію соляної кислоти в отриманій суміші.

А	Б	В	Г	Д
15%	12%	16%	14%	18%

5. Обчисліть значення виразу: $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8}$.

А	Б	В	Г	Д
0,25	0,125	0,5	0,8	1

Частина 2. Завдання 6-7 розв'яжіть на чернетці. Отриману відповідь запишіть у відведеному місці.

6. Бізнесмен Стецько поїхав на ділову зустріч. Перші 280 км шляху він проїхав спокійно, роздивляючись краєвиди за вікном. Однак, помітивши, що може спізнитися, збільшив швидкість на 10 км/год і через 480 км вчасно прибув на зустріч, витративши на весь шлях 10 год. Визначте, якою була швидкість руху автомобіля (у км/год), коли бізнесмен Стецько милувався краєвидами.

Відповідь. _____

7. Бісектриса гострого кута паралелограма ділить його сторону у відношенні 2:5, рахуючи від вершини тупого кута, який дорівнює 120° . Обчисліть площу паралелограма, якщо його периметр дорівнює 54 см. **Відповідь.** _____

Частина 3. Завдання 8-10 розв'яжіть з повним обґрунтуванням та описом ходу міркувань.

8. Знайдіть розв'язки рівняння: $|2x^2 - 1| = x^2 - 2x - 3$.

9. Рівнобічна трапеція ABCD розбивається діагоналлю AC на два рівнобедрених трикутника. Визначити кути трапеції.

10. Знайдіть усі цілі значення n , при яких дріб $\frac{19n+7}{7n+11}$ є цілим числом.

7 клас

Частина 1. Завдання 1-5 мають по 5 варіантів відповідей, з яких правильна тільки ОДНА. Позначте у бланку відповідей хрестиком (×) правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Знайдіть суму коренів рівняння $|2 \cdot ||x - 1| - 2| - 2| = 2$.

А	Б	В	Г	Д
-8	8	5	-5	3

2. 800 гривень можна обміняти на 100 дукатів, а 100 гривень – на 250 таларів. Визначте, на скільки дукатів можна обміняти 100 таларів.

А	Б	В	Г	Д
2	5	54	90	15

3. Знайдіть найменший кут при двох паралельних прямих і січній, якщо різниця внутрішніх односторонніх кутів відноситься до їх суми як 3:4.

А	Б	В	Г	Д
22,5°	25°	27,5°	30°	20°

4. Знайдіть 15% від значення виразу $\frac{9^{16} \cdot 8^{11}}{6^{30}}$.

А	Б	В	Г	Д
10	10,2	10,8	10,9	11

5. Обчисліть значення виразу:
$$\frac{3}{3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}}}$$

А	Б	В	Г	Д
1	1,5	2	2,5	3

Частина 2. Завдання 6-7 розв'яжіть на чернетці. Отриману відповідь запишіть у відведеному місці.

6. Визначте, якою цифрою закінчується число, яке дорівнює числовому значенню виразу $32^{73} - 2$.

Відповідь. _____

7. Прямі АВ і CD перетинаються в точці М. MN перпендикулярно CD. Бісектриса кута DMN складає з MB кут, рівний 107^0 . Знайти кут AMN. **Відповідь.** _____

Частина 3. Завдання 8-10 розв'яжіть з повним обґрунтуванням та описом ходу міркувань.

8. Розв'яжіть в цілих числах рівняння $xу = у + x$.

9. В трикутнику ABC кут А більше кута С на 30^0 . Точка К лежить на стороні АС, АВ=ВК. Знайти кут КВС.

10. Доведіть, що вираз $\frac{10^n + 2}{3}$ є натуральним числом при довільному натуральному n .

6 клас

Частина 1. Завдання 1-5 мають по 5 варіантів відповідей, з яких правильна тільки ОДНА. Позначте у бланку відповідей хрестиком (×) правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Катруся у записаному числі **4921508**, не переставляючи цифр, закреслювала такі цифри, щоб утворити найменше чотирицифрове число. Укажіть, які цифри треба було закреслити Катрусі, щоб досягнути своєї мети.

- А) 9, 4, 5 Б) 9, 2, 5 В) 4, 9, 2 Г) 9, 1, 5 Д) 4, 1, 8

2. На ремонт школи було витрачено 4 340 грн, з яких 35 % заплатили за роботу, а решту грошей витратили на будівельні матеріали. Визначте, скільки коштують будівельні матеріали

- А) 519 грн Б) 1519 грн В) 2821 грн Г) 2400 грн Д) 2700 грн

3. Толя слабший за Мишка. Мишко молодший за Вову. Вова нижчий за Толю. Толя старший за Вову. Вова сильніший за Мишка. Мишко вищий за Толю. Визначте, хто з хлопчиків сильніший за усіх.

- А) Мишко Б) Вова В) Вова і Толя Г) Толя Д) Толя і Мишко

4. Визначте, яку найбільшу кількість кутів можуть утворювати 4 промені, що проходять між сторонами тупого кута і виходять з його вершини.

- А) 8 Б) 7 В) 10 Г) 6 Д) 9

5. Маса ящика з лимонами 25 кг. Після продажу половини усіх лимонів, ящик поставили на вагу. Вага показала 15 кг. Знайдіть масу порожнього ящика.

- А) 2кг Б) 3кг В) 4кг Г) 5 кг Д) 6кг

Частина 2. Завдання 6-7 розв'яжіть на чернетці. Отриману відповідь запишіть у відведеному місці.

6. В їдальню привезли рибу: коропи, сазани, судак і лящ. Коропів було 46 кг, сазанів – 30 кг, а судаків у 3 рази більше, ніж лящів. Коли половину усієї риби витратили, залишилося ще 90 кг. Знайдіть, скільки кілограмів судаків привезли в їдальню.

Відповідь. _____

7. Знайдіть найменше чотирицифрове число, яке ділиться на 9 і всі цифри якого різні.

Відповідь. _____

Частина 3. Завдання 8-10 розв'яжіть з повним обґрунтуванням та описом ходу міркувань.

8. Знайдіть усі натуральні значення y , при яких дріб $\frac{5y+13}{28}$ буде правильним.

9. У кошик помістили 13 яблук. Є ваги, за допомогою яких можна дізнатися сумарну вагу будь-яких двох яблук. Придумайте спосіб з'ясування за 8 зважувань сумарну вагу усіх яблук.

10. Доведіть, що серед шести будь-яких чисел знайдуться два, які при діленні на 5 дають однакову остачу.

11 клас

Частина 1. Завдання 1-5 мають по 5 варіантів відповідей, з яких правильна тільки ОДНА. Позначте у бланку відповідей хрестиком (×) правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Розв'яжіть рівняння: $\log_4(5^x - 4) + \log_4(5^x - 1) = 1$.

А	Б	В	Г	Д
2	-2	1	-1	1/2

2. У коробці є 7 карток з написаними на них числами від 1 до 7 (одне число на картці). Перший мудрець навмання бере 3 картки з коробки, а другий 2 (2 картки залишилося у коробці). Перший мудрець, дивлячись на свої картки, каже другому: "Я точно знаю, що сума чисел на твоїх картках парна". Знайдіть суму чисел, записаних на картках першого мудреця.

А	Б	В	Г	Д
6	9	10	12	15

3. В основі прямої призми лежить прямокутник зі стороною 6 см і діагоналлю 10 см. Бічне ребро призми – 20см. Знайти площу повної поверхні призми.

А	Б	В	Г	Д
376 см ²	328 см ²	608 см ²	656 см ²	560 см ²

4. До 8 кг 70%-ого розчину сірчаної кислоти долили 2 кг води. Визначте концентрат кислоти в новому розчині.

А	Б	В	Г	Д
48%	56%	62%	58%	52%

5. Спростіть вираз: $\frac{abcd \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right)}{ab + cd}$ при умові, що $a + b = c + d$.

А	Б	В	Г	Д
ab	$a - b$	$a + b$	$a^2 b^2$	$\frac{a}{b}$

Частина 2. Завдання 6-7 розв'яжіть на чернетці. Отриману відповідь запишіть у відведеному місці.

6. Визначте, скільки коренів рівняння $\cos^2 2x + \cos^2 6x = 1$ належить проміжку $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Відповідь. _____

7. Медіана, проведена до гіпотенузи прямокутного трикутника дорівнює a і поділяє прямий кут у відношенні 1:2. Знайти сторони трикутника. **Відповідь.** _____

Частина 3. Завдання 8-10 розв'яжіть з повним обґрунтуванням та описом ходу міркувань.

8. Розв'яжіть систему рівнянь:
$$\begin{cases} (x+y)(x+y+z) = 72, \\ (y+z)(x+y+z) = 120, \\ (z+x)(x+y+z) = 96. \end{cases}$$

9. В рівнобічній трапеції основи 21 см і 9см, а висота 8 см. Знайдіть радіус описаного кола.

10. Знайдіть усі розв'язки рівняння: $x^2 + 5y^2 + 4xy + 2y + 1 = 0$

10 клас

Частина 1. Завдання 1-5 мають по 5 варіантів відповідей, з яких правильна тільки ОДНА. Позначте у бланку відповідей хрестиком (×) правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Знайдіть корені рівняння $\sqrt{\frac{3-x}{x+1}} + \sqrt{\frac{x+1}{3-x}} = 4\frac{1}{4}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{13}{17}$	$\frac{47}{17}$	$\frac{13}{17}$	$-\frac{13}{17}; \frac{47}{17}$	$\frac{13}{17}; \frac{47}{17}$

2. Учитель запропонував учням з одного класу перескласти контрольну роботу. На перескладання прийшло дві третини всіх хлопців і три п'ятих всіх дівчат, що навчаються у класі. Загалом у класі 27 дітей. Укажіть кількість учнів, які вирішили не перескладати контрольної роботи.

А	Б	В	Г	Д
8	9	10	12	17

3. Дві сторони опуклого чотирикутника дорівнюють 1 см та 4 см. Діагональ цього чотирикутника має довжину 2 см і ділить його на два рівнобедрені трикутники. Чому дорівнює периметр цього чотирикутника?

А	Б	В	Г	Д
8 см	9 см	10 см	11 см	12 см

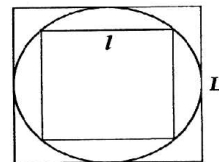
4. Основи трапеції дорівнюють 2 см і 18 см, а діагоналі 15 см і 7 см. Знайдіть площу трапеції.

А	Б	В	Г	Д
42см^2 ;	21см^2 ;	20см^2 ;	48см^2 ;	35см^2 ;

5. Нехай L – сторона найбільшого квадрата, а l – сторона найменшого квадрата.

Визначте відношення $\frac{l}{L}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$



Частина 2. Завдання 6-7 розв'яжіть на чернетці. Отриману відповідь запишіть у відведеному місці

6. Довжина автобусного маршруту 16 км. У час "пік" автобус переходить на режим експреса, тобто значно зменшує кількість зупинок, внаслідок чого тривалість поїздки від початку до кінця скорочується на 4 хв, а середня швидкість автобуса збільшується на 8 км/год. З якою швидкістю їде автобус у режимі експреса? **Відповідь.** _____

7. У прямокутному трикутнику з вершин гострих кутів проведено медіани, довжини яких $\sqrt{89}$ і $\sqrt{156}$. Знайдіть довжину гіпотенузи цього прямокутного трикутника. **Відповідь.** _____

Частина 3. Завдання 8-10 розв'яжіть з повним обґрунтуванням та описом ходу міркувань.

8. Спростити вираз: $\left(\left(\frac{a^3\sqrt{b}}{b\sqrt{a^3}} \right)^{3/2} + \left(\frac{\sqrt{a}}{a^8\sqrt{b^3}} \right)^2 \right) : (a^{1/4} + b^{1/4})$

9. Рівнобічна трапеція ABCD розбивається діагоналлю AC на два рівнобедрені трикутника. Визначити кути трапеції.

10. Доведіть, що для будь-якого натурального n число $\frac{10^n - 1}{81} - \frac{n}{9}$ ділиться на 9.

